



عبدالمحکم

علوم محیطی سال هفتم، شماره چهارم، تابستان ۱۳۸۹
ENVIRONMENTAL SCIENCES Vol.7, No.4, Summer 2010

۴۵-۵۸

مدل عددی دو بعدی و ماندگار پراکندگی آلودگی در هوا با لحاظ کردن تغییرات مکانی سرعت باد و ضریب انتشار

نرجس عبدالمنافی^۱، محمد موسوی بایگی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد هواشناسی کشاورزی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

A 2-D Numerical Model for Steady Air Pollutant Dispersion by Considering the Spatial Variation of Wind Velocity and Diffusivity Coefficient

Narjes Abdolmanafi¹, Mohammad Mousavi-Baygi^{2*}

1- MSc Student of Agrometeorology, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad

2- Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad

Abstract

Most air pollutant dispersion models are analytical models that do not consider the spatial variation of wind velocity and diffusivity coefficient. To obtain an analytical model by considering the spatial variation of wind velocity and diffusivity coefficient, some simplifying assumptions must be made; in addition, the analytical solution is more complicated and less accurate. In this study, by solving the advection-dispersion equation for a steady and elevated pollutant stack, the spatial variation of the wind velocity and diffusivity coefficient is considered and the 2-dimensional distribution of the pollutant concentration is calculated. The model could be applied for both stable and unstable conditions. The advection-dispersion equation has been solved using the finite difference method. The proposed model has been validated using other researcher's experiments data and existing analytical models. The results show a good level of accuracy for the model.

Keywords: Air pollution, Pollutant dispersion, Gaussian model, Advection-dispersion equation, Finite difference method.

چکیده

بیشتر مدل‌های رایج پراکندگی آلودگی در هوا، مدل‌های تحلیلی هستند که تغییرات مکانی سرعت باد و ضریب انتشار را در نظر نمی‌گیرند، یا برای مدنظر قرار دادن تغییرات مکانی سرعت باد و ضریب انتشار، در جهت حصول حل تحلیلی از فرضیات ساده‌کننده‌ای استفاده می‌کنند که این فرضیات علاوه بر اینکه از دقت مدل می‌کاهد، مدل را نیز از نظر ریاضی پیچیده می‌کند. مدل‌های تحلیلی برای شرایط وارونگی دمایی یا عدم وجود آن بصورت جداگانه ارائه می‌شوند. در این تحقیق با حل عددی معادله انتقال- انتشار یک آلاینده دائمی مرتفع از سطح زمین، تغییرات مکانی پروفیل قائم سرعت باد و ضریب انتشار مدنظر قرار می‌گیرد. در اینجا مدل برای شرایط وجود یا عدم وجود وارونگی دمایی ارائه می‌گردد و حل عددی معادله انتقال- انتشار بصورت دو بعدی و ماندگار توسط روش اختلاف محدود انجام می‌شود. صحت‌سنجی مدل توسط داده‌های آزمایشات انجام شده توسط محققین قبلی و مدل‌های تحلیلی موجود انجام می‌شود. به‌علت مدنظر قرار دادن تغییرات مکانی سرعت باد و ضریب انتشار بدون هیچ‌گونه ساده‌سازی، نتایج مدل حاکی از عملکرد خوب آن نسبت به مدل‌های موجود است.

کلید واژه‌ها: آلودگی هوا، پراکندگی آلودگی، مدل گوسی، معادله انتقال- انتشار، روش اختلاف محدود.

* Corresponding author. E-mail Address: Mousavi500@yahoo.com

مقدمه

می شود که صحیح نمی باشد. برای حصول دقت بیشتر، ضریب پخش و سرعت باد باید بصورت توابعی از مکان $(K = f_1(x), u = f_2(z))$ در نظر گرفته شوند که در تحقیق حاضر این تغییرات توسط معادلات (۳) و (۴) در نظر گرفته می شود. تحقیقات زیادی در مورد حل تحلیلی معادله انتقال - انتشار با توجه به تغییرات مکانی سرعت باد و ضریب انتشار در شرایط وارونگی و عدم وارونگی دمایی انجام شده است (Huang, 1979; Lin and Hildemann, 1996; Wortmann et al., 2005; and 1997; Mangia et al., 2002). وارونگی دمایی بر غلظت آلودگی در سطح زمین تاثیر می گذارد (Hanna et al., 1982)، و در این شرایط آلودگی در لایه وارونگی محبوس شده و نمی تواند از آن خارج شود، به همین دلیل بررسی آلودگی هوا در شرایط وارونگی دمایی امری مهم می باشد. مدل های تحلیلی که تغییرات مکانی نسبتاً ساده ای را برای سرعت باد و ضریب انتشار در نظر می گیرند، آن چنان از نظر ریاضی پیچیده هستند که این پیچیدگی ریاضی، آن ها را از مقاصد کاربردی دور می سازد (Sharan et al., 2003). به علاوه با پیچیده شدن شرایط مرزی یا وابستگی آن ها به زمان ارائه مدل های تحلیلی، بسیار پیچیده و در اکثر موارد غیرممکن می گردد. با پیشرفت روش های عددی و گسترش کاربرد کامپیوتر در مدل سازی عددی، نواقص فوق می تواند با ارائه یک مدل عددی مرتفع گردد. در چنین حالتی مدل به سادگی در عمل و در شرایط مرزی مختلفی قابل کاربرد بوده و نیز پیچیدگی های مدل های تحلیلی را نخواهد داشت. مرور مختصر انجام شده بر تحقیقات قبلی در این زمینه نشان می دهد که اکثر این تحقیقات به صورت تحلیلی و با فرض های ساده کننده بوده که این امر از دقت محاسبات به نحو چشم گیری می کاهد. بنابراین نیاز به وجود یک مدل عددی که برای تمام شرایط، قابل کاربرد بوده و نیز پیچیدگی های

مدل های ریاضی از روش های مناسب برای شبیه سازی پراکندگی آلودگی در هوا هستند. این نوع مدل سازی می تواند به عنوان یک ابزار مناسب در کنترل آلودگی هوا، بررسی اثرات آلودگی هوا، مکان یابی کارخانجات آلاینده و برنامه ریزی و مدیریت شهری بکار رود (Zannetti, 1990). بیشتر مدل های پراکندگی آلودگی در هوا بر اساس حل تحلیلی معادله انتقال - انتشار استوار هستند. در این مدل ها غلظت آلاینده بصورت تابعی با فرم بسته ریاضی بر حسب سایر پارامترهای مرتبط بیان می - گردد (Lin and Hildemann, 1996). مدل های ریاضی می توانند برای بررسی تاثیر یک پارامتر معین بر کل پدیده بکار روند (Wortmann et al., 2005). آلاینده های هوا پس از تخلیه از منابع مرتفع از سطح زمین مانند دودکش کارخانه ها، بوسیله جریان باد و نوسانات تلاطم هوا منتقل می شوند و توزیعی از غلظت آلاینده را در محیط اطراف ایجاد می کنند. بیشتر مدل های رایج پراکندگی آلودگی در هوا مدل های گوسی^۱ هستند. مدل های گوسی می توانند لحظه ای^۲ یا دائمی^۳ باشند (Sharan et al., 1996). در روابط پراکندگی آلاینده لحظه ای گوسی یا آلاینده دائمی گوسی تغییرات مکانی سرعت باد و ضریب انتشار در نظر گرفته نمی شود که این امر باعث ایجاد خطای نسبتاً چشم گیری در نتایج این مدل ها می شود (Llewelyn, 1983; Sharan et al., 1996). برای مثال در این مدل ها از تغییرات ضرایب پخش نسبت به مکان و زمان صرف نظر شده و این ضرایب در جهات مختلف یکسان فرض می گردد $(K_x = K_y = K_z = K)$. با توجه به اینکه سرعت باد در ارتفاعات مختلف متفاوت است؛ نمی توان یک سرعت ثابت را برای تمام ارتفاعات بکار برد. ولی در مدل های گوسی علیرغم این اختلاف، سرعتی ثابت برای باد در تمام ارتفاعات در نظر گرفته

مدل‌های تحلیلی را نداشته باشد احساس می‌گردد.

در این تحقیق با حل عددی معادله انتقال-انتشار برای آلاینده‌های دائمی مرتفع از سطح زمین، تغییرات مکانی پروفیل قائم سرعت باد و ضریب انتشار مدنظر قرار می‌گیرد. در اینجا مدل برای شرایط وجود یا عدم وجود وارونگی دمایی ارائه می‌گردد و حل عددی معادله انتقال-انتشار بصورت دو بعدی و ماندگار توسط روش اختلاف محدود انجام می‌شود.

مواد و روش‌ها

معادله انتقال-انتشار

پراکندگی آلودگی در هوا بوسیله معادله انتقال-انتشار بیان می‌گردد. صورت سه بعدی و غیرماندگار این معادله در دستگاه مختصات متعامد بصورت زیر می‌باشد:

(۱)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

که در آن C غلظت آلاینده، u ، v و w مؤلفه‌های سرعت باد به ترتیب در جهات x ، y و z و K_x ، K_y و K_z به ترتیب ضرایب پخش در جهات x ، y و z می‌باشد. فرضیات زیر برای ساده کردن معادله (۱) اعمال می‌شود. این فرضیات معادله (۱) را به صورت مناسب برای حالت مورد بحث در این مقاله تبدیل می‌کند:

الف) شرایط به صورت ماندگار در نظر گرفته می‌شود

$$\left(\frac{\partial C}{\partial t} = 0 \right)$$

ب) شرایط به صورت دو بعدی و در جهت x (بعد افقی) و z (بعد قائم) در نظر گرفته می‌شود

$$\left(v \frac{\partial C}{\partial y} = 0, \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) = 0 \right)$$

ج) سرعت باد در جهت x در نظر گرفته می‌شود

$$(w = 0, v = 0)$$

د) از انتقال آلاینده توسط انتشار متلاطم مولکولی در

قیاس با انتقال توسط جریان باد صرف نظر می‌شود

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) = 0 \right)$$

تحت شرایط فوق معادله (۱) به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (۲)$$

با حل معادله (۲) می‌توان توزیع غلظت آلاینده را در جهات x و z به دست آورد.

روابط تخمین سرعت باد و ضریب انتشار

انتقال آلاینده توسط باد به میزان زیادی وابسته به سرعت باد می‌باشد. بیشتر مدل‌های موجود مانند مدل‌های لحظه‌ای و دائمی گوسی در این زمینه مقدار ثابتی را برای سرعت باد در نظر می‌گیرند، اما در حقیقت سرعت باد با تغییرات ارتفاع تغییر می‌کند (Stull, 1988). در این تحقیق رابطه‌ی نمایی تغییرات سرعت باد برای تخمین سرعت باد بکار می‌رود. بر این اساس رابطه تغییرات سرعت باد نسبت به ارتفاع بصورت زیر توصیف می‌شود (Smith, 1957; Pasquill and Smith, 1983).

$$u(z) = U_{10} \left(\frac{z}{10} \right)^k \quad (۳)$$

که در آن $u(z)$ سرعت باد در ارتفاع z از سطح زمین، U_{10} سرعت باد در ارتفاع ۱۰ متری از سطح زمین که از داده‌های ایستگاه‌های هواشناسی بدست می‌آید و k توانی است که به شرایط زیری سطح زمین بستگی دارد و از جدول (۱) بدست می‌آید.

برای لحاظ کردن تغییرات مکانی ضریب انتشار از رابطه زیر استفاده می‌شود (Arya, 1995 and 1999).

$$K_z = \left(\frac{\sigma_w^2}{U} \right) x \quad (۴)$$

که در آن σ_w انحراف معیار تغییرات سرعت باد، \bar{U} متوسط سرعت باد در جهت x و x فاصله نقطه

مورد نظر از منبع آلاینده در جهت وزش باد می باشد که σ_w و \bar{U} براحتی از پروفیل سرعت باد قابل محاسبه هستند.

جدول ۱- مقادیر ضریب k در مناطق مختلف

منطقه	k
دریاها و دریاچه ها	۰/۰۷
بیابان ها و صحراها	۰/۱۰
گیاهان کوتاه	۰/۱۳
مراتع	۰/۱۵
زمین های کشاورزی	۰/۲۴-۰/۲۶
جنگل ها و شهرها	۰/۳۹

معادله (۵) یک معادله دیفرانسیل جزئی دو بعدی خطی و از نوع بیضوی می باشد که حل تحلیلی دقیق ندارد و برای حل آن باید از روش های عددی استفاده کرد. با جایگذاری تقریب های مشتقات عددی پسرو و مرکزی به ترتیب بجای ترم های انتقال و انتشار در معادله (۵)، فرم گسسته شده این معادله بصورت زیر بدست می آید. لازم به ذکر است که در گسسته سازی معادله مذکور برای ترم انتقال از روش upwind و برای ترم انتشار از روش مرکزی استفاده شده است (Saberi Najafi and Hajinezhad, 2008).

(۶)

$$U_{10} \left(\frac{z_{i,j}}{10} \right)^k \frac{C_{i,j} - C_{i-1,j}}{\Delta x} = \frac{\sigma_w^2 X_{i,j}}{\bar{U}} \frac{C_{i,j+1} + 2C_{i,j} - C_{i,j-1}}{\Delta z^2}$$

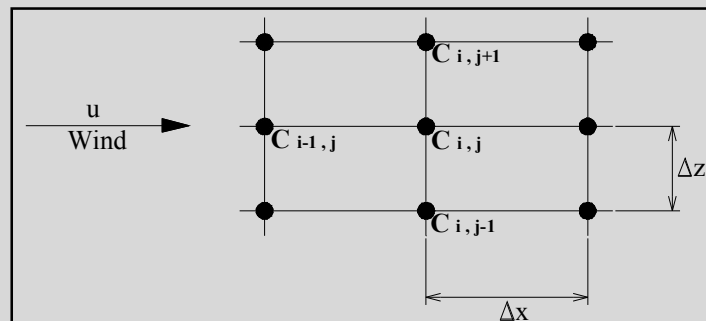
شکل (۱) نمای یک گره عمومی را در میدان حل نشان می دهد.

معادله (۶) رابطه یک گره غیرمرزی را در میدان حل با گره های بالا، پایین و سمت چپ آن بیان می کند. با اعمال معادله (۶) برای تمام گره های غیرمرزی میدان حل و تشکیل معادلات حاصل از شرایط مرزی، دستگاه معادلات نهایی حاصل از گسسته سازی میدان حل بدست می آید که با حل آن میزان غلظت آلاینده در تمام گره ها

گسسته سازی معادله مورد حل به روش اختلاف محدود

با جایگذاری روابط (۳) و (۴) در معادله (۲) رابطه زیر حاصل می شود:

$$U_{10} \left(\frac{z}{10} \right)^k \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\sigma_w^2 X}{\bar{U}} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (۵)$$



شکل ۱- گسسته سازی میدان حل و نمای یک گره عمومی

محاسبه می‌شود. با توجه به اینکه تحقیق حاضر توزیع غلظت حاصل از یک آلاینده دائمی مرتفع از سطح زمین را تحت شرایط وجود یا عدم وجود وارونگی دمایی به دست می‌دهد، گسسته‌سازی میدان حل در جهات قائم و افقی (در جهت باد) به ترتیب برابر ارتفاع لایه وارونگی (در شرایط وجود وارونگی، h) و طول افقی که توزیع غلظت در آن مدنظر است (l) می‌باشد. لازم به ذکر است که تعداد گره‌ها در جهات Z و X به ترتیب برابر $N_x + 1$ و $N_z + 1$ می‌باشد.

شرایط مرزی

شرایط مرزی روابطی هستند که میزان غلظت یا تغییرات آن را در مرزهای میدان حل بیان می‌کنند. این شرایط در تحقیق حاضر بصورت زیر می‌باشند (Sharan and Modani, 2006):

الف) آلودگی در سطح زمین نمی‌تواند به درون آن نفوذ کند یعنی $\left. \frac{\partial C}{\partial Z} \right|_{z=0} = 0$ ، که فرم گسسته شده آن به صورت $C_{i,0} = C_{i,1}$ می‌باشد.

ب) در شرایط وجود وارونگی، آلودگی نمی‌تواند از انتهای لایه وارونه شده خارج شود یعنی $\left. \frac{\partial C}{\partial Z} \right|_{z=h} = 0$ ، که فرم گسسته شده آن به صورت $C_{i,N_z} = C_{i,N_z-1}$ می‌باشد. در حالتی که وارونگی وجود ندارد شرط مرزی انتهایی در راستای قائم بصورت $\begin{cases} Z \rightarrow +\infty \\ C \rightarrow 0 \end{cases}$ می‌باشد.

ج) تغییرات غلظت در فاصله افقی نسبتاً دور از منبع آلاینده تقریباً ناچیز است، یعنی $\left. \frac{\partial C}{\partial X} \right|_{x=l} = 0$ ، که فرم گسسته شده آن به صورت $C_{N_x,j} = C_{N_x-1,j}$ می‌باشد.

د) با توجه به سرعت باد، میزان غلظت در راستای قائم در $X=0$ ، بجز گره روی منبع آلاینده برابر صفر است.

ه) با توجه به این که منبع آلاینده مرتفع از سطح زمین به عنوان یک منبع نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شود، شرط مرزی گره روی منبع آلاینده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U_{10} \left(\frac{H}{10} \right)^k C \Big|_{z=H}^{x=0} = Q \delta(z-H) \quad (7)$$

که در آن H ارتفاع منبع آلاینده از سطح زمین، Q نرخ جرمی خروج آلودگی از منبع و عملگر $\delta()$ نشان‌دهنده تابع دلتای دیراک می‌باشد. فرم گسسته شده

$$\text{معادله (7) به صورت } U_{10} \left(\frac{H}{10} \right)^k C \Big|_{z=H}^{x=0} = Q \frac{1}{\Delta Z} \text{ است (Linb, 2002).}$$

تشکیل دستگاه معادلات

معادله (6) را می‌توان برای گره $C_{i,j}$ حل کرد که در این صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C_{i,j} = \left(\frac{\sigma_w^2 x_{i,j} C_{i,j+1} - C_{i,j-1}}{\bar{U} \Delta z^2} + U_{10} \left(\frac{z_{i,j}}{10} \right)^k \frac{C_{i-1,j}}{\Delta x} \right) / \left(\frac{U_{10} \left(\frac{z_{i,j}}{10} \right)^k}{\Delta x} - \frac{2\sigma_w^2 x_{i,j}}{\bar{U} \Delta z^2} \right) \quad (8)$$

معادله (8) میزان غلظت را در تمام گره‌های غیرمرزی بر حسب گره‌های اطراف آن بیان می‌کند. این معادله به همراه صورت گسسته شده شرایط مرزی، دستگاه معادلات نهایی ناشی از گسسته شدن معادله (2) را تشکیل می‌دهد. این دستگاه به راحتی با استفاده از روش‌های تکرار مانند گوس-سایدل قابل حل خواهد بود.

روابط متوسط درصد خطا و RMSE

روابط زیادی برای مقایسه داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای وجود دارند که استفاده از متوسط درصد خطا و RMSE امری رایج است. روش محاسبه دو معیار مذکور بصورت زیر است:

بازه‌های زمانی یک ساعت به یک ساعت انجام شده است. اندازه‌گیری غلظت SF₆ در نمونه‌ها در آزمایشگاه آلودگی هوا و توسط تکنیک کروماتوگرافی انجام شده است (Singh et al., 1991). پارامترهای هواشناسی مورد نیاز در آزمایشات توسط برجک سیار اندازه‌گیری مستقر در محل، اندازه‌گیری شده و شاخص پایداری Pasquill-Gifford در تمام آزمایشات بصورت A یا B تعیین شده است.

(ب) در حالت پایدار

در این آزمایشات از گاز هگزاfluوریدسولفور (SF₆) به عنوان گاز ردیاب، تحت شرایط وارونگی دمایی استفاده شده است. در این آزمایشات گاز SF₆ از برجی به ارتفاع ۱۱۵ متر رها شده و غلظت‌های مشاهده شده در سطح زمین و در فواصل مختلف از برج اندازه‌گیری شده است. ارتفاع وارونگی در این آزمایشات بین ۸۰۰ تا ۲۰۰۰ متر بوده و غلظت‌ها در فاصله ۲۰۰۰ تا ۶۰۰۰ متر از برج و در سطح زمین اندازه‌گیری شده است. پارامترهای هواشناسی مورد نیاز نیز در حین انجام آزمایشات در محل اندازه‌گیری شده است (Gryning et al., 1987; Sharan and Gupta, 2002; Briggs, 1973; Hanna et al., 1982).

صحت‌سنجی مدل در حالت ناپایدار

برای صحت‌سنجی مدل حاضر در حالت ناپایدار از داده‌های آزمایش IIT که در سال ۱۹۹۱ در هند انجام شده است، استفاده می‌گردد (Sharan et al., 1996). همچنین مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر با نتایج مدل گوسی نیز ارائه می‌گردد. مدل گوسی استفاده شده برای قیاس با مدل حاضر، مدل گوسی Briggs می‌باشد. این مدل دارای دقت بالاتری نسبت به سایر مدل‌های گوسی می‌باشد (Sharan et al., 1996; Zannetti, 1989). تفاوت مدل‌های گوسی در نوع تابع تخمین ضریب انتشار

$$\text{متوسط درصد خط} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{X_{iobs} - X_{ical}}{X_{obs}} \right| \times 100$$

$$RMSE = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ical} - X_{iobs})^2}{n} \right]^{1/2}$$

X_{iobs} کمیت مشاهده شده، X_{ical} کمیت محاسبه شده و n تعداد داده‌ها می‌باشد.

صحت‌سنجی مدل نیز با داده‌های آزمایشات محققین قبلی و مقایسه با نتایج مدل‌های تحلیلی موجود (مدل گوسی و مدل شاران-مدانی) انجام می‌گیرد.

صحت‌سنجی مدل

صحت‌سنجی مدل ارائه شده شامل دو مرحله می‌باشد: در مرحله اول مدل در حالتی مورد صحت‌سنجی قرار می‌گیرد که وارونگی دمایی وجود ندارد (حالت ناپایدار)، و در حالت دوم مدل در حالت وارونگی دمایی (حالت پایدار) مورد صحت‌سنجی قرار می‌گیرد. در حالت ناپایدار از داده‌های آزمایش IIT و در حالت پایدار از داده‌های آزمایش Copenhagen برای صحت‌سنجی مدل استفاده می‌شود که مشخصات این آزمایشات در زیر ارائه شده است. نتایج این آزمایشات در جداول (۲) و (۳) آورده شده است.

مشخصات آزمایشات مورد استفاده در

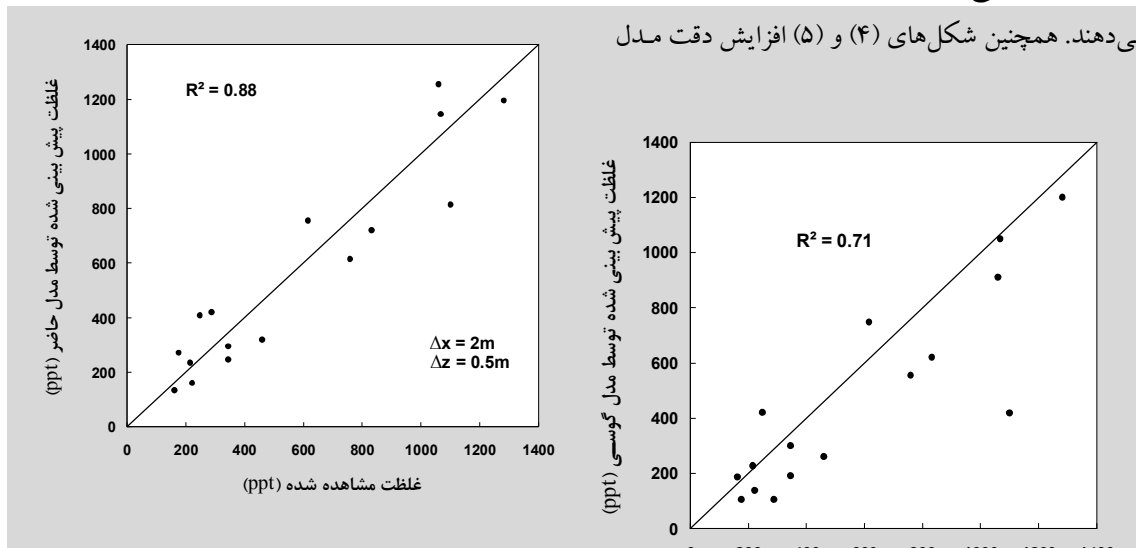
صحت‌سنجی مدل

الف) در حالت ناپایدار

این آزمایشات توسط گاز ردیاب هگزاfluورید سولفور (SF₆) انجام شده است. در آزمایشات گاز ردیاب برای مدت ۱ ساعت از ارتفاع ۱ متری سطح زمین با نرخ‌های مختلف رها شده و در فواصل ۵۰ و ۱۰۰ متری و در ارتفاع ۰/۵ متری سطح زمین عمل نمونه‌گیری در

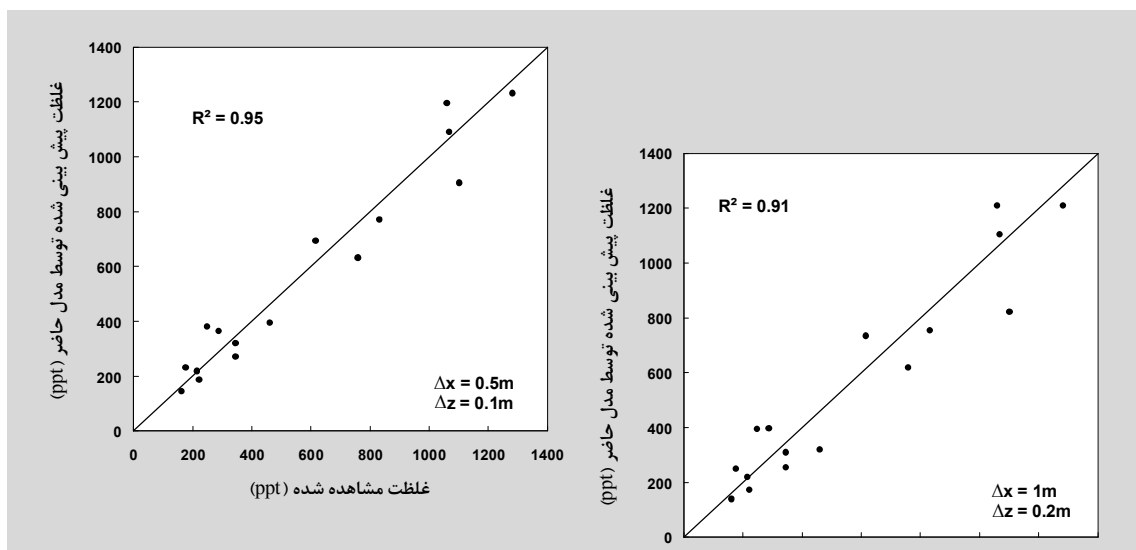
حاضر را در قیاس با نتایج آزمایش IIT، با کوچک شدن Δx و Δz نشان می‌دهند. جدول (۲) نیز داده‌های حاصل از آزمایش IIT، مدل گوسی و مدل حاضر را نشان می‌دهد.

می‌باشد. شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل گوسی و نتایج مشاهده در آزمایش IIT و همچنین مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش IIT را نشان می‌دهند. همچنین شکل‌های (۴) و (۵) افزایش دقت مدل



شکل ۳- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش IIT ($\Delta x = 2m, \Delta z = 0.5m$)

شکل ۲- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل گوسی و نتایج مشاهده شده در آزمایش IIT



شکل ۵- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش IIT ($\Delta x = 0.5m, \Delta z = 0.1m$)

شکل ۴- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش IIT

علوم محیطی سال هفتم، شماره چهارم، تابستان ۱۳۸۹
ENVIRONMENTAL SCIENCES Vol.7, No.4, Summer 2010

جدول ۲- مقایسه غلظت مشاهده شده در آزمایش IIT، مدل گوسی و مدل حاضر (اعداد بر حسب ppt)

آزمایش IIT	مدل گوسی	مدل حاضر		
		$\Delta x = 2m$ $\Delta z = 0.5m$	$\Delta x = 1m$ $\Delta z = 0.2m$	$\Delta x = 0.5m$ $\Delta z = 0.1m$
۸۳۲	۶۲۱	۷۲۰	۷۵۵	۷۷۲
۱۰۶۸	۱۰۵۰	۱۱۴۵	۱۱۰۵	۱۰۹۱
۱۱۰۱	۴۲۰	۸۱۵	۸۲۲	۹۰۵
۲۴۸	۴۲۱	۴۰۹	۳۹۵	۳۸۲
۱۲۸۲	۱۲۰۰	۱۱۹۵	۱۲۱۰	۱۲۳۲
۶۱۶	۷۴۹	۷۵۵	۷۳۵	۶۹۴
۷۵۹	۵۵۶	۶۱۵	۶۲۰	۶۳۲
۱۰۶۰	۹۱۱	۱۲۵۵	۱۲۱۰	۱۱۹۶
۳۴۵	۱۹۲	۲۴۷	۲۵۵	۲۷۲
۴۶۰	۲۶۱	۳۱۹	۳۲۰	۳۹۵
۱۷۶	۱۰۵	۲۷۲	۲۵۰	۲۳۲
۲۸۸	۱۰۵	۴۲۰	۳۹۸	۳۶۵
۳۴۵	۳۰۰	۲۹۵	۳۱۰	۳۲۱
۱۶۲	۱۸۸	۱۳۴	۱۴۰	۱۴۵
۲۲۲	۱۳۹	۱۶۱	۱۷۴	۱۸۷
۲۱۵	۲۲۸	۲۳۵	۲۲۰	۲۱۹

صحت‌سنجی مدل در حالت پایدار

ارائه شده توسط شاران-مدانی نیز ارائه می‌گردد. شاران و مدانی معادله (۵) را با شرایط مرزی مشابه با شرایط مرزی این تحقیق و با یک سری فرضیات ساده کننده برای شرایط وارونگی دمایی به صورت تحلیلی حل کردند. مدل ارائه شده توسط آن‌ها بصورت زیر می‌باشد (Sharan and Modani, 2006):

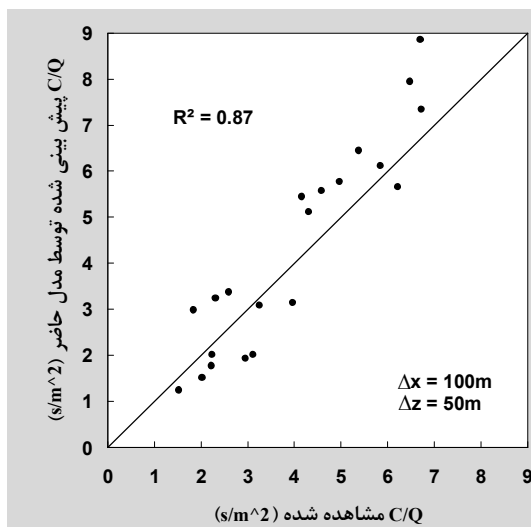
برای صحت‌سنجی مدل ارائه شده در این تحقیق در حالت پایدار از داده‌های آزمایش Copenhagen که در سال ۱۹۸۴ در کپنهاگ دانمارک و برای شرایط وارونگی دمایی انجام شده است استفاده می‌گردد (Gryning and Lyck, 1984; Gryning et al., 1987). همچنین نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر با مدل

$$C(x, z) = \frac{1.6^k Q}{U_1} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) \frac{1}{h^{\frac{1}{\mu-1}}} \left[1 + \frac{1}{1-\mu} \frac{\sqrt{zH}}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{J_{-\mu}(\sqrt{2}\beta_n \mu H^{\frac{1}{\mu}}) J_{-\mu}(\sqrt{2}\beta_n \mu z^{\frac{1}{\mu}})}{J_{-\mu}^2(\sqrt{2}\beta_n \mu h^{\frac{1}{\mu}})} \exp\left(\frac{-1.6^k \beta_n^2 x^2 \sigma_w^2}{2U_1 \bar{U}} \right) \right) \right] \quad (9)$$

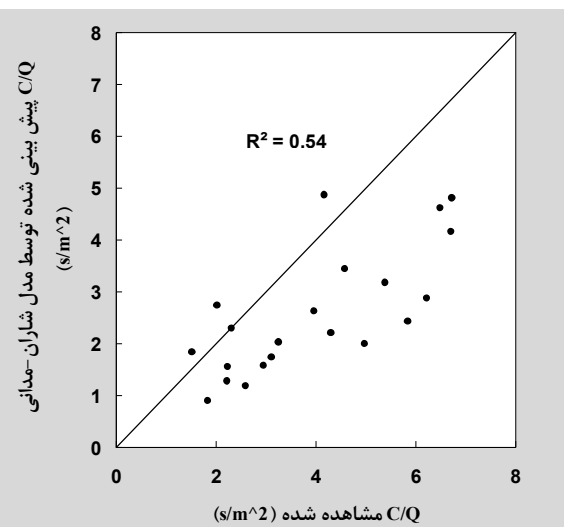
آزمایش Copenhagen را نشان می‌دهند. همچنین شکل‌های (۸) و (۹) افزایش دقت مدل حاضر را در قیاس با نتایج آزمایش Copenhagen، با کوچک شدن Δx و Δz نشان می‌دهند.

جدول (۳) نیز داده‌های حاصل از آزمایش Copenhagen، مدل گوسی و مدل حاضر را نشان می‌دهد.

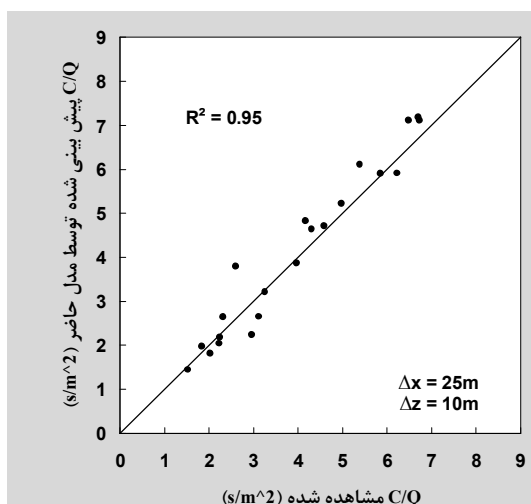
که در آن $\mu = \frac{1}{k+2}$ تابع بسط نوع اول با درجه $-\mu$ و β_n ریشه n ام تابع $J_{-\mu+1}(2\beta_n \mu h^{2\mu}) = 0$ با شروع از ۱ می‌باشد. شکل‌های (۶) و (۷) به ترتیب مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش Copenhagen و همچنین مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل شاران-مدانی و نتایج مشاهده شده در



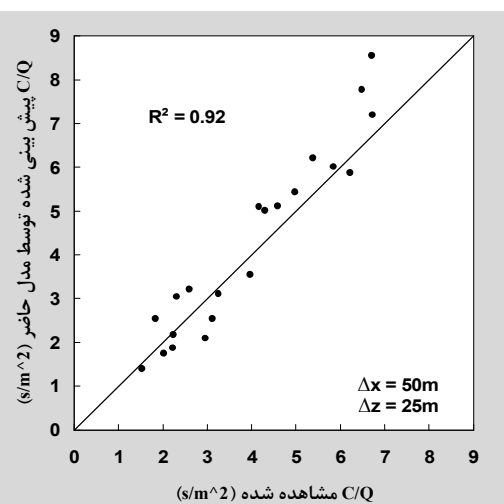
شکل ۷- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش Copenhagen ($\Delta x = 100m, \Delta z = 50m$)



شکل ۶- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل شاران-مدانی و نتایج مشاهده شده در آزمایش Copenhagen



شکل ۹- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش Copenhagen ($\Delta x = 25m, \Delta z = 10m$)



شکل ۸- مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل حاضر و نتایج مشاهده شده در آزمایش Copenhagen ($\Delta x = 50m, \Delta z = 25m$)

جدول ۳- مقایسه نسبت C/Q در آزمایش Copenhagen، مدل شاران-مدانی و مدل حاضر (اعداد برحسب s/m^2)

آزمایش Copenhagen	مدل شاران-مدانی	مدل حاضر		
		$\Delta x = 100m$ $\Delta z = 50m$	$\Delta x = 50m$ $\Delta z = 25m$	$\Delta x = 25m$ $\Delta z = 10m$
۶/۴۸	۴/۶۲	۷/۹۵	۷/۷۸	۷/۱۲
۲/۳۱	۲/۳	۳/۲۵	۳/۰۵	۲/۶۵
۵/۳۸	۳/۱۸	۶/۴۵	۶/۲۲	۶/۱۲
۲/۹۵	۱/۵۸	۱/۹۴	۲/۱	۲/۲۵
۶/۲۲	۲/۸۸	۵/۶۶	۵/۸۸	۵/۹۲
۴/۳	۲/۲۱	۵/۱۲	۵/۰۲	۴/۶۵
۶/۷۲	۴/۸۱	۷/۳۵	۷/۲	۷/۱۲
۵/۸۴	۲/۴۳	۶/۱۲	۶/۰۲	۵/۹۱
۴/۹۷	۲	۵/۷۸	۵/۴۴	۵/۲۳
۳/۹۶	۲/۶۳	۳/۱۵	۳/۵۵	۳/۸۸
۲/۲۲	۱/۲۸	۱/۷۸	۱/۸۸	۲/۰۵
۱/۸۳	۰/۹	۲/۹۹	۲/۵۵	۱/۹۸
۶/۷	۴/۱۶	۸/۸۶	۸/۵۶	۷/۱۹
۳/۲۵	۲/۰۳	۳/۰۹	۳/۱۱	۳/۲۲
۲/۲۳	۱/۵۶	۲/۰۲	۲/۱۸	۲/۱۹
۴/۱۶	۴/۸۷	۵/۴۵	۵/۱۱	۴/۸۳
۲/۰۲	۲/۷۴	۱/۵۲	۱/۷۵	۱/۸۲
۱/۵۲	۱/۸۴	۱/۲۵	۱/۴	۱/۴۵
۴/۵۸	۳/۴۴	۵/۵۸	۵/۱۲	۴/۷۲
۳/۱۱	۱/۷۴	۲/۰۲	۲/۵۵	۲/۶۶
۲/۵۹	۱/۱۹	۳/۳۸	۳/۲۲	۳/۸

نتایج

می‌باشند. در جدول (۴) نتایج حاصل از مقایسه مدل گوسی و مدل حاضر با داده‌های آزمایش IIT آورده شده است. جدول (۵) نیز نتایج حاصل از مقایسه مدل شاران-مدانی و مدل حاضر با داده‌های آزمایش Copenhagen را نشان می‌دهد.

جداول (۴) و (۵) به ترتیب برخی از شاخص‌های ارزیابی مدل حاضر را در حالات ناپایدار و پایدار دمایی نشان می‌دهند. لازم به ذکر است که در این تحقیق جهت مقایسه داده‌های محاسبه‌ای و مشاهده‌ای از معیارهای R^2 و RMSE و متوسط درصد خطا استفاده شده است که این سه معیار در کنار هم ملاک مناسبی جهت مقایسه

جدول ۴- ارزیابی مدل حاضر در حالت عدم وجود وارونگی دمایی

متوسط درصد خطا (%)	RMSE (ppt)	R ² (%)	مدل	
۳۰/۷	۲۱۴/۷۲	۷۵/۷	مدل گوسی با داده‌های آزمایش IIT	
۲۵/۴	۱۳۱/۱۹	۸۸	$\Delta x = 2m, \Delta z = 0.5m$	مدل حاضر با داده‌های آزمایش IIT
۲۱/۲	۱۱۶/۵۲	۹۰/۵	$\Delta x = 1m, \Delta z = 0.2m$	
۱۶	۸۸/۱۹	۹۴/۵	$\Delta x = 0.5m, \Delta z = 0.1m$	

جدول ۵- ارزیابی مدل حاضر در حالت وجود وارونگی دمایی

متوسط درصد خطا (%)	RMSE (s/m ²)	R ² (%)	مدل	
۳۷/۸	۱/۸	۵۴/۱	مدل شاران- مدانی با داده‌های آزمایش Copenhagen	
۲۳/۲	۰/۹۵	۸۷/۳	$\Delta x = 100m, \Delta z = 50m$	مدل حاضر با داده‌های آزمایش Copenhagen
۱۶	۰/۷۳	۹۲/۲	$\Delta x = 50m, \Delta z = 25m$	
۱۰	۰/۴۶	۹۵/۲	$\Delta x = 25m, \Delta z = 10m$	

بحث

ندارد. از طرفی مدل‌های تحلیلی موجود در این زمینه در بعضی موارد از نظر ریاضی بسیار پیچیده می‌شوند که این پیچیدگی آن‌ها را از کاربردهای عملی دور می‌سازد، برای مثال محاسبه صفرهای تابع نوع اول بسل با درجه حقیقی کار بسیار مشکلی می‌باشد، که این عمل باید در تمام مدل‌های تحلیلی که تغییرات مکانی سرعت باد را در راستای قائم لحاظ می‌کنند، انجام شود. این امر در حالی است که این پیچیدگی ریاضی در مدل‌های عددی و از جمله مدل ارائه شده در این تحقیق وجود ندارد و در این گونه مدل‌ها می‌توان جواب را با تکنیک‌های عددی با هر دقت مورد انتظاری محاسبه کرد.

پی‌نوشت‌ها

- 1- Gaussian Models
- 2- Gaussian Puff Models
- 3- Gaussian Plume Models
- 4- Root Mean Square Error

همان‌گونه که جداول (۴) و (۵) نشان می‌دهند، مدل ارائه شده در این تحقیق به‌خوبی قادر به پیش‌بینی توزیع دو بعدی غلظت در حالات وجود و عدم وجود وارونگی می‌باشد. شاخص‌های مقایسه مدل حاضر نشان می‌دهند که مدل حاضر در هر دو حالت ناپایداری و پایداری دمایی پیش‌بینی بهتری را نسبت به مدل گوسی و مدل شاران- مدانی داشته است. علت، این امر می‌باشد که در مدل ارائه شده در این تحقیق تغییرات مکانی سرعت باد و ضریب انتشار به‌طور کامل و بدون هیچ فرض ساده-کننده‌ای در نظر گرفته شده است در حالی که در مدل گوسی این تغییرات در نظر گرفته نشده است، و در مدل شاران- مدانی نیز برای حصول حل تحلیلی، فرض‌های ساده‌کننده‌ای در نظر گرفته شده است که این تغییرات از دقت نهایی مدل می‌کاهند.

در مدل حاضر می‌توان بجای توابع بکار رفته برای تخمین سرعت باد و ضریب انتشار هر گونه تابع دیگری را بکار برد ولی در سایر مدل‌های تحلیلی این امکان وجود

- convection-diffusion problems with a concentrated source and a discontinuous convection field. *Computational methods in applied mathematics*, 1(2): 41– 49.
- Llewelyn, R.P. (1983). An analytical model for the transport, dispersion and elimination of air pollutants emitted from a point source. *Atmospheric Environment*, 17: 249– 256.
- Mangia, C., D.M. Moreira, I. Schipa, G.A. Degrazia, T. Tirabassi and U. Rizza (2002). Evaluation of a new eddy diffusivity parameterization from turbulent Eulerian spectra in different stability conditions. *Atmospheric Environment*, 36: 67– 76.
- Pasquill, F. and F.B. Smith (1983). *Atmospheric Diffusion*. New York: Wiley.
- Saberi Najafi, H. and H. Hajinezhad (2008). Solving one-dimensional advection-dispersion with reaction using some finite-difference methods. *Applied Mathematical Sciences*, 53(2): 2611– 2618.
- Sharan, M. and S. Gupta (2002). Two-dimensional analytical model for estimating crosswind-integrated concentration in a capping inversion: eddy diffusivity as a function of downwind distance from the source. *Atmospheric Environment*, 36: 97– 105.
- Sharan, M., M. P. Singh and A.K. Yadav (1996). A mathematical model for the atmospheric dispersion in low winds with eddy diffusivities as linear functions of downwind distance. *Atmospheric Environment*, 30: 1137– 1145.
- Sharan, M., M. Modani and A.K. Yadav (2003). *Atmospheric dispersion: an overview of*
- Arya, S.P. (1995). Modeling and parameterization of near-source diffusion in weak winds. *Journal of Applied Meteorology*, 34: 1112– 1122.
- Arya, S. P. (1999). *Air pollution meteorology and dispersion*. New York: Oxford University Press.
- Gryning, S.E. and E. Lyck (1984). Atmospheric dispersion from elevated sources in an urban area: comparison between tracer experiments and model calculations. *Journal of Climate and Applied Meteorology*, 23: 651– 660.
- Gryning, S. E., A.A.M. Holtslag, J. Irwin and B. Sivertsen (1987). Applied dispersion modeling based on meteorological scaling parameters. *Atmospheric Environment*, 21: 79– 89.
- Huang, C.H. (1979). A theory of dispersion in turbulent shear flow. *Atmospheric Environment*, 13: 453– 463.
- Indian Institute of Technology Delhi (1991). *Tracer experiments*. Singh M. P., P. Agarwal, S. Nigam and G. Amita. Delhi: IIT Delhi.
- Lin, J.S. and L.M. Hildemann (1996). Analytical solutions of the atmospheric diffusion equation with multiple sources and height-dependent wind speed and eddy diffusivities. *Atmospheric Environment*, 30: 239– 254.
- Lin, J.S. and L.M. Hildemann (1997). A generalized mathematical scheme to analytically solve the atmospheric diffusion equation with dry deposition. *Atmospheric Environment*, 31: 59– 71.
- Limb, T. (2002). Finite difference schemes for

Publishing Company.

Zannetti, P. (1990). Air pollution modeling.
Southampton: Computational Mechanics
Publications.



mathematical modeling framework. Proceedings of Indian National Science Academy, 69A: 725–744.

Sharan, M. and M. Modani (2006). A two-dimensional analytical model for the dispersion of air-pollutant in the atmosphere with a capping inversion. Atmospheric Environment, 40: 3479–3489.

Smith, F.B. (1957). The diffusion of smoke from a continuous elevated plume source into a turbulent atmosphere. Journal of Fluid Mechanics, 2: 49–76.

Stull, R.B. (1988). An introduction to boundary layer meteorology. Dordrecht: Kluwer Academic publishers.

US Department of Energy Report COE/TIC-11223 (1982). Handbook on atmospheric diffusion. Hanna, S. R., G. A. Briggs and Jr. Hosker. Washington, DC.

US National Oceanic and Atmospheric Administration (1973). Diffusion estimation for small emissions. Briggs, G. A. ERL Report, ATDL– 106.

Venkatram, A. (2003). Short range air pollution modeling for regulatory applications. Proceedings of Indian National Science Academy, 69A: 697–708.

Wortmann, S., M.T. Vilhena, D.M. Moreira and D. Buske (2005). A new analytical approach to simulate the pollutant dispersion in the PBL. Atmospheric Environment, 39: 2171– 2178.

Zannetti, P. (1989). Simulating short-term, short-range air quality dispersion phenomena. Houston: Gulf

